

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

АВТОМАТИКА
И
ТЕЛЕМЕХАНИКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

5

МОСКВА · 1969

АНАЛИЗ ШУМОВ УСИЛИТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА — УПРАВЛЯЕМОГО АВТОГЕНЕРАТОРА

Д. Е. ПОЛОННИКОВ, В. А. САМСОНОВ

(Москва)

Методом малого параметра решается уравнение, описывающее управляемый автогенератор (УГ) с учетом шумов. Показана эквивалентность шумов УГ и усилителя с модулятором.

За последние годы все большее распространение получают усилители постоянного тока, основанные на принципе управляемого автогенератора (УГ) [1, 2].

В отличие от усилителей без преобразования частоты управляемые автогенераторы имеют высокие метрологические качества: высокое входное сопротивление, незначительный дрейф нуля, малые шумы. Кроме того, они намного проще усилителей типа МДМ (с модуляцией и демодуляцией

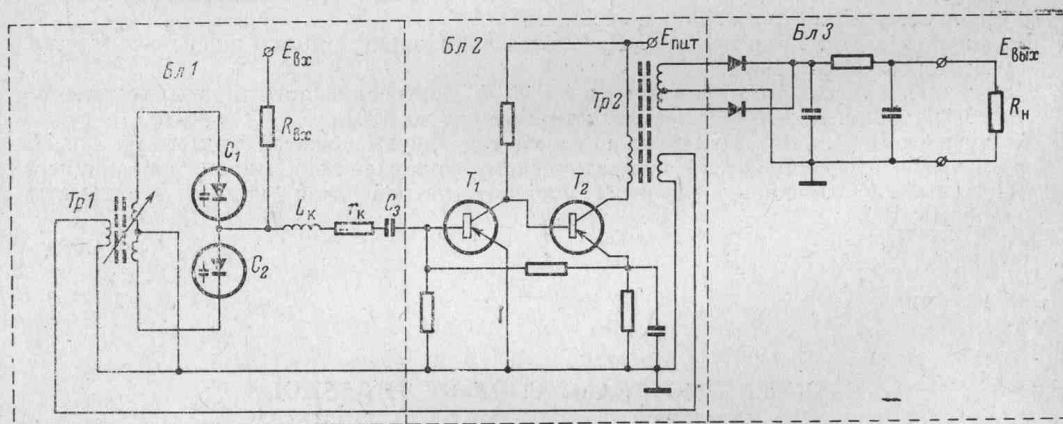


Рис. 1. Схема управляемого генератора

сигнала). В силу этих качеств УГ находят применение в автоматике, измерительной и вычислительной технике. Однако некоторые вопросы теории этих усилителей слабо освещены в литературе. Это прежде всего относится к вопросу о шумах управляемого генератора. Хотя исследованию шумов автогенераторов посвящено много работ, в них все же не решена основная задача, так как для усилителя важен не шум на выходе сам по себе, а его связь с коэффициентом усиления, т. е. шум, приведенный к входу. Решению этой задачи и посвящена настоящая статья.

Остановимся кратко на принципе действия управляемого генератора. Представим себе автогенератор, работающий в мягком режиме самовозбуждения. В этом случае амплитуда стационарных колебаний монотонно

зависит от глубины обратной связи в генераторе, которую можно регулировать, например, с помощью моста, образованного варикапами. Подавая на варикапы постоянное напряжение, можно изменять разбаланс моста. Тем самым меняем амплитуду генерируемых колебаний, протестировав которые, снова получаем сигнал постоянного тока. Если зависимость выходного сигнала от входного в контуре обратной связи близка к линейной, в автогенераторе можно получить значительный коэффициент усиления по постоянному току.

Обратимся теперь к схеме управляемого генератора (рис. 1). В состав первого блока (Бл1), изображенного на этом рисунке, входят колеба-

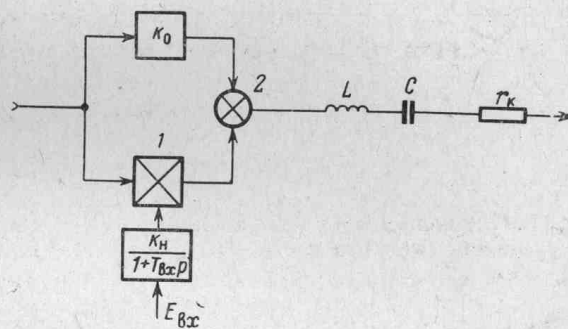


Рис. 2. Эквивалентная схема блока 1 (Бл1)

тельный контур, который образован индуктивностью L_k , индуктивностью обмоток $Tr1$ и емкостями C_1 , C_2 и C_3 . Кроме того, варикапы C_1 и C_2 и обмотки $Tr1$ образуют мост, разбаланс которого может меняться под воздействием напряжения $E_{вх}$. Анализ показывает, что схему, эквивалентную $Бл1$, можно представить так, как показано на рис. 2. Здесь введены обозначения: 1 — блок перемножения, 2 — суммирующий узел, k_0 — коэффициент передачи, обусловленный начальным разбалансом моста, k_n — коэффициент нелинейности варикап, равный $\Delta C / \Delta U = C_0$ [3] (начальные емкости варикап считаются одинаковыми и равными C_0), $T_{вх}$ — постоянная времени входной цепи, равная $R_{вх}(C_3 + 2C_0)$, L и C — соответственно эквивалентная индуктивность и емкость контура. Здесь также предполагается, что активная проводимость варикап много меньше, чем $1/R_{вх}$.

Блок 2 (Бл2) на рис. 1 представляет собой усилитель переменного тока, относительно которого примем следующие допущения: шум усилителя определяется только шумом входного каскада, а нелинейность амплитудной характеристики усилителя определяется в основном детектором (Бл3); усилитель является широкополосным и не дает на частоте генерации сдвига по фазе. Допустим, что выходное сопротивление усилителя, приведенное к обмотке обратной связи, пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением потерь колебательного контура.

Для описания шумов входного транзистора воспользуемся T -образной эквивалентной схемой, приведенной на рис. 3 [4]. Здесь $e_{тб}$ — тепловой шум сопротивления базы r_b :

$$\overline{e_{тб}^2} = 4kTr_b\Delta f, \quad (1a)$$

$i_{эб}$ — шумовой ток, обусловленный током базы:

$$\overline{i_{эб}^2} = 2q(1 - \alpha)I_э\Delta f, \quad (1б)$$

$i_{бк}$ — шумовой ток, обусловленный током $I_{к0}$:

$$\overline{i_{бк}^2} = 2qI_{к0}\Delta f, \quad (1в)$$

$i_{эк}$ — шумовой ток, обусловленный током коллектора:

$$\overline{i_{эк}^2} = 2q(\alpha I_э)\Delta f. \quad (1г)$$

Здесь k — постоянная Больцмана, q — заряд электрона, $I_э$ — ток эмиттера, $I_{к0}$ — ток запертого коллекторного перехода, α — коэффициент уси-

ления по току в схеме с общей базой, Δf — полоса частот, T — абсолютная температура.

Все эти шумовые токи статистически независимы. В них учтены только составляющие, которые соответствуют дробовым шумам. Низкочастотные шумы транзисторов в данном случае несущественны (это будет показано ниже).

Для дальнейшего анализа будет удобно преобразовать эквивалентную схему в схему, приведенную на рис. 4.

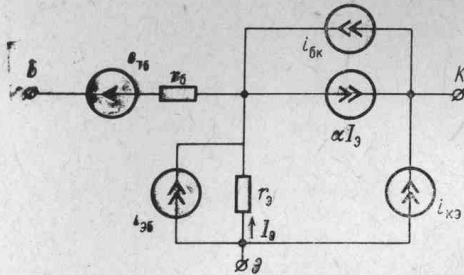


Рис. 3. Эквивалентная схема транзистора

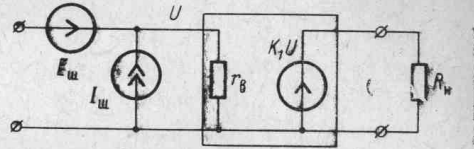


Рис. 4. Эквивалентная схема первого каскада, учитывающая шумы транзистора

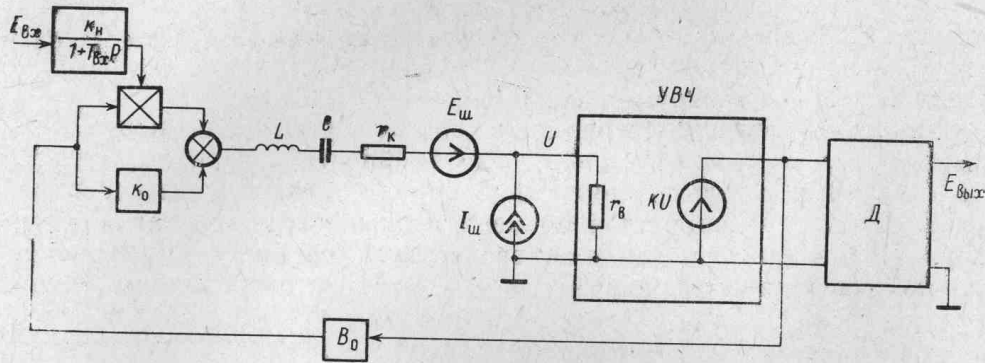


Рис. 5. Полная эквивалентная схема УГ

С помощью элементарных преобразований получим выражения для $E_{ш}$ и $I_{ш}$:

$$E_{ш} = r_б \left(i_{эб} + \frac{i_{бк}}{\alpha} \right) - e_{тб} - e_{тк} - i_{эк} \frac{r_в}{\beta}, \quad (2a)$$

$$I_{ш} = i_{эб} + \frac{i_{бк}}{\alpha} - \frac{i_{эк}}{\beta}, \quad (2б)$$

где α и β — коэффициенты усиления транзистора по току соответственно в схеме с общей базой и общим эмиттером; $r_б$ — сопротивление базы, $e_{тк}$ — тепловой шум коллектора.

Заметим, что уравнения (2а) и (2б) записаны для мгновенных значений шумовых токов и напряжений [5]. В этих выражениях мы пренебрегли сопротивлением эмиттера $r_э$ по сравнению с $r_б$, но учли тепловые шумы $r_к$.

Теперь эквивалентную схему всего управляемого генератора можно представить в виде, изображенном на рис. 5. Здесь $Д$ означает детектор, K — коэффициент усиления, зависящий от входного напряжения U :

$$K(U) = K_0 f(U). \quad (3)$$

Пользуясь методом контурных токов, легко получить уравнение генератора

$$\ddot{U} + \frac{1}{LC}U = \frac{r_B}{L}\dot{U} \left[K_0 B_0 (k_0 + xk_H) (f(U) + Uf'(U)) - \frac{r_B + r_K}{r_B} \right] + \frac{r_B}{L} \left(\dot{E}_{\text{ш}} + \dot{I}_{\text{ш}}L + \dot{I}_{\text{ш}}r_K + I_{\text{ш}}\frac{1}{C} \right), \quad (4)$$

где $x = U_{\text{вх}} / (1 + T_{\text{вх}}p)$.

Введем обозначения

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \delta_K = \frac{r_B + r_K}{2L}, \quad \delta = \frac{r_B}{2L}, \quad K_0 = K_0 \frac{r_B}{r_B + r_K}, \quad (5)$$

$$B = B_0(k_0 + xk_H), \quad g(U) = f(U) + Uf'(U), \quad (6)$$

$$\omega_0 \xi_{\text{ш}} = 2\delta \left(\dot{E}_{\text{ш}} + I_{\text{ш}}L + \dot{I}_{\text{ш}}r_K + I_{\text{ш}}\frac{1}{C} \right).$$

Теперь уравнение (4) переписывается так:

$$\ddot{U} + \omega_0^2 U = 2\delta_K \dot{U} [K_0 B g(U) - 1] + \omega_0 \xi_{\text{ш}}. \quad (7)$$

В том случае, когда члены, стоящие в правой части этого уравнения, малы по сравнению с членами в левой части (это обеспечивается достаточно высокой добротностью контура и малой величиной шумов), решение будет незначительно отличаться от гармонического. При этом на него будут оказывать влияние лишь возмущения, лежащие в узкой полосе частот вблизи ω_0 . Кроме того, прямое прохождение низкочастотного шума транзисторов на варикапный мост также пренебрежимо мало, так как вход усилителя отделен от моста небольшой емкостью C_3 .

Поэтому можно искать решение уравнения (6) в виде

$$U(t) = a(t) \cos \psi, \quad \dot{U}(t) = -a(t) \omega_0 \sin \psi, \quad \psi = \omega_0 t + \varphi(t). \quad (8)$$

Здесь $a(t)$ и $\varphi(t)$ являются «медленными» функциями времени (по сравнению с временем $1/\omega_0$). Подставляя выражения (8) в (7) [6], получаем два уравнения для $a(t)$ и $\varphi(t)$:

$$\dot{a} = 2\delta_K a \sin^2 \psi [K_0 B g(a \cos \psi) - 1] - \xi_{\text{ш}} \sin \psi, \quad (9)$$

$$\dot{\varphi} = 2\delta_K \sin \psi \cos \psi [K_0 B g(a \cos \psi) - 1] - \frac{1}{a} \xi_{\text{ш}} \cos \psi. \quad (10)$$

В качестве первого приближения выберем уравнения для средних за период значений a и φ [6, 7]. Сохраняя для \bar{a} и $\bar{\varphi}$ прежние обозначения a и φ , находим

$$\dot{a} = \frac{\delta_K a}{\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \sin^2 \psi [K_0 B g(a \cos \psi) - 1] d\psi - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \xi_{\text{ш}}(t) \sin \psi d\psi, \quad (11)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\delta_K}{\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \sin \psi \cos \psi [K_0 B g(a \cos \psi) - 1] d\psi - \frac{1}{2\pi a} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \xi_{\text{ш}}(t) \cos \psi d\psi. \quad (12)$$

Полагая в уравнении (11) $\dot{a} = 0$, $U_{\text{вх}} = 0$ и $\xi_{\text{ш}}(t) = 0$, получаем для установившегося значения амплитуды соотношение

$$\int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \sin^2 \psi [K_0 B_0 k_0 g(a_0 \cos \psi) - 1] d\psi = 0. \quad (13)$$

Представляя $g(a_0 \cos \psi)$ рядом Фурье:

$$g(a_0 \cos \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n(a_0) \cos n\psi, \quad (14)$$

приведем соотношение (13) к виду

$$1 = \frac{r_B K_0 B_0 k_0}{r_B + r_K} \left(g_0 - \frac{1}{2} g_r \right). \quad (15)$$

Для фазы при тех же предположениях получаем $\phi = 0$. Отсюда следует, что стационарное значение фазы ϕ_0 равно произвольной постоянной, т. е. распределено равномерно в интервале $(0; 2\pi)$.

Так как в рассматриваемом усилителе фаза колебаний не имеет значения, то в дальнейшем будем интересоваться только поведением амплитуды, описываемой уравнением (11).

В связи с тем, что целью настоящей работы является изучение характеристик УГ вблизи некоторого стационарного положения, целесообразно линеаризовать уравнение (11) в окрестности точки a_0 , что удобно сделать, если представить (11) в несколько иной форме. Для этого рассмотрим некоторую функцию

$$F(x) = \int_0^x G(z) dz.$$

Теперь, если положить $x = a \cos \psi$, $F(x)$ можно представить рядом Фурье:

$$F(a \cos \psi) = \int_0^{a \cos \psi} G(z) dz = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(a) \cos n\psi.$$

Продифференцируем полученное выражение по ψ . В результате получим

$$G(a \cos \psi) a \sin \psi = \sum_{n=1}^{\infty} n F_n(a) \sin n\psi.$$

Умножая обе части этого выражения на $\sin \psi$ и интегрируя от 0 до 2π , имеем

$$a \int_0^{2\pi} G(a \cos \psi) \sin^2 \psi d\psi = \int_0^{2\pi} \cos \psi \int_0^{a \cos \psi} G(z) dz d\psi. \quad (16)$$

Сравнивая выражение (16) с уравнением (11), можем записать последнее в виде

$$\dot{a} = \frac{\delta_K}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos \psi \int_0^{a \cos \psi} [K_0 B_0 g(z) - 1] dz d\psi - \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \xi_{ш}(t) \sin \psi d\psi. \quad (17)$$

Аналогичному преобразованию можно подвергнуть и соотношение (13), после чего получим

$$\int_0^{2\pi} \cos \psi \int_0^{a_0 \cos \psi} [K_0 B_0 k_0 g(a_0 \cos \psi) - 1] d\psi = 0. \quad (18)$$

Теперь представим a в виде суммы $a = a_0 + y$, где y — малая величина, которой соответствует малое значение x . Подставляя это выражение в (17) и используя (18), (16), (14), (15) и выражение для B из (6), найдем

$$\dot{y} \frac{g_2 - 2g_0}{2\delta_K g_2} + y = -x \frac{K_0 B_0 k_0 a_0 (g_2 - 2g_0)^2}{4g_2} + \frac{g^2 - 2g_0}{2\delta_K g_2} e_{ш}. \quad (19)$$

Здесь

$$e_{ш} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \xi_{ш}(t) \sin \psi d\psi. \quad (20)$$

Таким образом, получено линейное дифференциальное уравнение для x , y и $e_{ш}$.

Вводя обозначения

$$K_{уГ} = -\frac{K_0 B_0 k_H a_0 (g_2 - 2g_0)^2}{4g_2}, \quad T_K = \frac{1}{\delta_K} \quad (21)$$

и применяя операторную запись, получаем

$$y \left(pT_K \frac{g_2 - 2g_0}{2g_0} + 1 \right) = K_{уГ} \left[x + \frac{2T_K e_{ш}}{K_0 B_0 a_0 k_H (2g_0 - g_2)} \right]. \quad (22)$$

Подставим сюда x из (5):

$$y = \frac{K_{уГ}}{\left(pT_K \frac{g_2 - 2g_0}{2g_0} + 1 \right) (pT_{вх} + 1)} \left[U_{вх} + (pT_{вх} + 1) \frac{2T_K e_{ш}}{K_0 B_0 a_0 k_H (2g_0 - g_2)} \right]. \quad (23)$$

Из этой формулы сразу следует выражение для напряжения шума, приведенного к входу,

$$U_{ш. вх} = (pT_{вх} + 1) \frac{2T_K e_{ш}}{K_0 B_0 a_0 k_H (2g_0 - g_2)}. \quad (24)$$

Представляет интерес спектральный состав этого шума. Воспользовавшись формулами (20), (6), (1), (2) и проведя необходимый анализ (см. Приложение), получим спектр $e_{ш}$:

$$S_e(\Omega) = \delta^2 \left\{ 2q \left[\left(\frac{I_0}{\beta} + \frac{I_{к0}}{\alpha^2} \right) (r_K + r_0)^2 + \frac{I_0}{\alpha} r_0^2 \right] + 4kT(r_0 + r_K) \right\}. \quad (25)$$

Этот спектр получен в предположении, что $\Omega \ll \omega_0$. Подставляя это выражение в (24) и используя (6), имеем

$$U_{ш. вх}^2 = \frac{1 + \Omega^2 T_{вх}^2}{\left[K_0 B_0 a_0 k_H \left(g_0 - \frac{1}{2} g_2 \right) \right]^2} \times \left\{ 2q \left[\left(\frac{I_0}{\beta} + \frac{I_{к0}}{\alpha^2} \right) (r_K + r_0)^2 + \frac{I_0}{\alpha} r_0^2 \right] + 4kT(r_0 + r_K) \right\} \Delta f. \quad (26)$$

Заметим, что $K_0 a_0 (g_0 - 1/2 g_2)$ представляет собой амплитуду первой гармоники напряжения на выходе усилителя. В самом деле, амплитуда первой гармоники

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} K_0 a_0 [\cos \psi f(a_0 \cos \psi)] \cos \psi d\psi = K_0 a_0 \left(f_0 + \frac{1}{2} f_2 \right). \quad (27)$$

Здесь f_0 и f_2 определены как коэффициенты разложения

$$f(a_0 \cos \psi) = \sum_{n=0}^{2\pi} f_n \cos n\psi. \quad (28)$$

Можно показать, что

$$g_0 - \frac{1}{2} g_2 = f_0 + \frac{1}{2} f_2.$$

Теперь ясно, что величина $K_0 B_0 a_0 \left(g_0 - \frac{1}{2} g_2 \right) k_H$ представляет собой коэффициент передачи моста на варикапах (рис. 1, 2). Обозначим его $K_{п}$.

Тогда (26) примет следующий вид:

$$\overline{U_{ш.вх}^2} = \frac{1 + \Omega^2 T_{вх}^2}{K_{п}^2} \left\{ 2q \left[\left(\frac{I_{\vartheta}}{\beta} + \frac{I_{к0}}{\alpha^2} \right) (r_{к} + r_{\sigma})^2 + \frac{I_{\vartheta}}{\alpha} r_{\sigma}^2 \right] + 4kT(r_{\sigma} + r_{к}) \right\} \Delta f. \quad (29)$$

Интересно сравнить шум УГ с шумом усилителя постоянного тока с модулятором, построенного по блок-схеме, как показано на рис. 6. Если ограничиться тем же приближением, что и раньше, т. е. считать, что

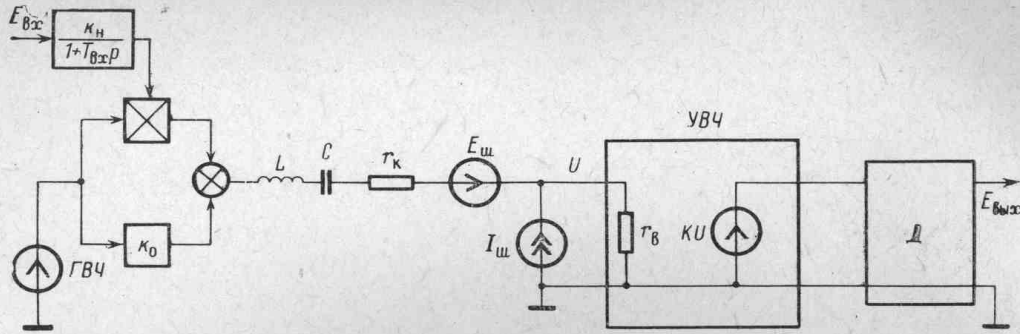


Рис. 6. Эквивалентная схема усилителя с модулятором

$\Omega \ll \omega_0$ (здесь $\Omega = \omega - \omega_0$) и внешний генератор высокой частоты (ГВЧ) настроен на частоту ω_0 , то колебательный контур можно заменить активным сопротивлением $r_{к}$. Для такого случая, используя эквивалентную схему рис. 4, можно получить

$$\overline{U_{ш}^2} = \frac{r_{в}^2}{(r_{к} + r_{в})^2} \left\{ 4kT(r_{\sigma} + r_{к}) + 2q \left[\left(\frac{I_{\vartheta}}{\beta} + \frac{I_{к0}}{\alpha^2} \right) (r_{к} + r_{\sigma})^2 + \frac{I_{\vartheta}}{\alpha} r_{\sigma}^2 \right] \right\} \Delta f. \quad (30)$$

Напряжение сигнала на входе усилителя будет

$$U_{с} = U_{вх} K_{п} \frac{r_{в}}{r_{к} + r_{в}} \frac{1}{\sqrt{1 + T_{вх}^2 \Omega^2}}.$$

Отсюда получим напряжение шума, приведенного к входу:

$$\overline{U_{ш.вх}^2} = \frac{1 + \Omega^2 T_{вх}^2}{K_{п}^2} \left\{ 4kT(r_{\sigma} + r_{к}) + 2q \left[\left(\frac{I_{\vartheta}}{\beta} + \frac{I_{к0}}{\alpha^2} \right) (r_{к} + r_{\sigma})^2 + \frac{I_{\vartheta}}{\alpha} r_{\sigma}^2 \right] \right\} \Delta f. \quad (31)$$

Сравнивая формулы (26) и (31), учитывая (29), видим, что они полностью совпадают.

Итак, в настоящей работе показано:

1. Шумы управляемого генератора можно рассчитывать как шумы усилителя с модулятором (рис. 6).

2. Спектр шума УГ является равномерным, что существенно отличает УГ от обычных усилителей постоянного тока (без преобразования частоты). Как известно, последним свойственно увеличение шума на низких частотах из-за наличия поверхностных и фликкер-шумов. Благодаря этому свойству в УГ может быть получен меньший уровень шумов на самых низких частотах, чем в усилителях без преобразования частоты.

ПОЛУЧЕНИЕ СПЕКТРА $e_{ш}$

Как было указано ранее (20), для $e_{ш}$ имеем выражение

$$c_{ш} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t - 2\pi}^{\omega_0 t} \xi_{ш}(t) \sin \varphi d\varphi, \quad (\text{П.1})$$

где $\varphi = \omega_0 t + \varphi(t)$.

Для простоты анализа ограничимся лишь малыми флуктуациями фазы и представим полную фазу φ суммой $\varphi = \varphi_0 + \theta$, где φ_0 — стационарное значение фазы, определяемое из (12) при $\xi_{ш} = 0$, θ — малое приращение фазы, вызванное шумом. Подставляя выражение для φ в (П.1) и пренебрегая членами более первого порядка малости, получаем

$$e_{ш}(t) = -\frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \xi_{ш}(t) dt, \quad (\text{П.2})$$

где $T_0 = \omega_0 / 2\pi$ и $\xi_{ш}(t)$ считается величиной первого порядка малости.

Заметим здесь, что результаты, получаемые в предположении малости флуктуаций фазы, сохраняются и при учете больших флуктуаций последней [5, 7].

Вычислим теперь функцию корреляции процесса $e_{ш}$:

$$\begin{aligned} \Psi_e(\tau) &= \langle e_{ш}(t - \tau) e_{ш}(t) \rangle = \\ &= \frac{1}{T_0^2} \int_{t+\tau-T_0}^{t+\tau} \int_{t-T_0}^t \langle \xi_{ш}(x) \xi_{ш}(y) \sin(\omega_0 x + \varphi_0) \sin(\omega_0 y + \varphi_0) \rangle dx dy = \\ &= \frac{1}{2T_0^2} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} \langle \xi_{ш}(u + t + \tau - T_0) \xi_{ш}(v + t - T_0) \rangle \cos \omega_0(u + \tau - v) du dv - \\ &\quad - \frac{1}{2T_0^2} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} \langle \xi_{ш}(u + t + \tau - T_0) \xi_{ш}(v + t - T_0) \cos[\omega_0(u + v + \tau + \\ &\quad + 2t - 2T_0) + 2\varphi_0] \rangle du dv. \end{aligned}$$

Но начальная фаза φ_0 распределена равномерно в интервале $(0; 2\pi)$ и статистически независима от шума $\xi_{ш}$. Поэтому во втором интеграле усреднение можно проводить отдельно для $\xi_{ш}$ и φ_0 . Тогда, усредняя по φ_0 , получаем нуль.

Итак,

$$\Psi_e(\tau) = \frac{1}{2T_0^2} \int_0^{T_0} \int_0^{T_0} \Psi_{\xi}^{\tau}(u + \tau - v) \cos \omega_0(u + \tau - v) du dv, \quad (\text{П.3})$$

где $\Psi_{\xi}^{\tau}(\tau) = \langle \xi_{ш}(t + \tau) \xi_{ш}(t) \rangle$.

Выразим теперь $\Psi_{\xi}^{\tau}(\tau)$ через его спектр:

$$\Psi_{\xi}^{\tau}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\xi}^0(\Omega) \cos \omega_0 \tau \cos \Omega \tau d\Omega - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\xi}^1(\Omega) \sin \omega_0 \tau \sin \Omega \tau d\Omega. \quad (\text{П.4})$$

Здесь $S_{\xi}(\omega_0 + \Omega) = S_{\xi}^0(\Omega) + S_{\xi}^1(\Omega)$, где $S_{\xi}^0(\Omega)$ и $S_{\xi}^1(\Omega)$ представляют собой соответственно четную и нечетную функции Ω .

Подставляя (П.4) в (П.3) и учитывая, что $\Omega \ll \omega_0$, находим

$$\Psi_e(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} S_{\xi}^0(\Omega) \frac{1 - \cos \Omega T_0}{\Omega^2 T_0^2} \cos \Omega \tau d\Omega.$$

Отсюда видно, что спектр $e_{ш}$ (при $\Omega \ll \omega_0$)

$$S_e(\Omega) = \frac{1}{4} S_{\xi}^0(\Omega). \quad (\text{П.5})$$

Найдем теперь $S_{\xi^0}(\Omega)$. Для этого вспомним, что

$$\xi_{\text{ш}}(t) = \frac{20}{\omega_0} \left(\dot{E}_{\text{ш}} + I_{\text{ш}}L + \ddot{I}_{\text{ш}}r_{\text{к}} + I_{\text{ш}} \frac{1}{C} \right).$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} \langle \dot{E}_{\text{ш}}(t+\tau)E_{\text{ш}}(t) \rangle &= A\delta(\tau), \\ \langle I_{\text{ш}}(t+\tau)I_{\text{ш}}(t) \rangle &= B\delta(\tau), \\ \langle \dot{E}_{\text{ш}}(t+\tau)I_{\text{ш}}(t) \rangle &= D\delta(\tau) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

($\delta(\tau)$ в отличие от δ представляет собой дельта-функцию) и принимая во внимание, что

$$\Psi_{x^{(n)}y^{(m)}} = (-1)^n \frac{d^{n+m}\Psi_{xy}(\tau)}{d\tau^{n+m}},$$

получаем

$$\Psi_{\xi}(\tau) = \frac{4\delta^2}{\omega_0^2} \left[\frac{B\delta(\tau)}{C^2} + \left(B \frac{2L}{C} - r_{\text{к}}^2B - A - 2r_{\text{к}}D \right) \delta^{(2)}(\tau) + L^2B\delta^{(4)}(\tau) \right]. \quad (\text{II.7})$$

Далее

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{4\delta^2}{\omega_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{B}{C^2} \delta(\tau) + \left(B \frac{2L}{C} - r_{\text{к}}^2B - A - 2r_{\text{к}}D \right) \delta^{(2)}(\tau) + L^2B\delta^{(4)}(\tau) \right] \cos \omega\tau d\tau.$$

Произведя интегрирование и подставив $\omega = \omega_0 + \Omega$, легко получить при $\Omega \ll \omega_0$

$$S_{\xi^0}(\Omega) = \frac{4\delta^2}{\omega_0^2} \left[\frac{B}{C^2} - \omega_0^2 \left(B \frac{2L}{C} - r_{\text{к}}^2B - A - 2r_{\text{к}}D \right) + \omega_0^4 L^2B \right].$$

Подставляя сюда A , B и D из (II.6), (2а) и (2б), учитывая, что $r_{\text{э}} \ll r_{\text{б}}$, и принимая во внимание (II.5), находим

$$S_{\xi}(\Omega) = \delta^2 \left\{ 2q \left[\left(\frac{I_{\text{э}}}{\beta} + \frac{I_{\text{к0}}}{\alpha^2} \right) (r_{\text{к}} + r_{\text{б}})^2 + \frac{I_{\text{э}}}{\alpha} r_{\text{э}}^2 \right] + 4kT(r_{\text{б}} + r_{\text{к}}) \right\}. \quad (\text{II.8})$$

Поступила в редакцию
5 мая 1968 г.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Певзнер В. В. Об одном способе построения усилителей постоянного тока. Автоматика и телемеханика, № 3, 1967.
2. Павленко В. А., Певзнер В. В. Автогенераторные усилители постоянного тока типа АВУС. Приборостроение, № 6, 1966.
3. Берман Л. С. Нелинейная полупроводниковая емкость. Физматгиз, 1963.
4. Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. «Энергия», 1967.
5. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. «Наука», 1966.
6. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
7. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. «Наука», 1968.

ANALYSIS OF NOISE OF DIRECT CURRENT AMPLIFIER-CONTROLLED AUTO-GENERATOR

[D. E. POLONNIKOV, V. A. SAMSONOV

The equation describing a controlled auto-generator with taking into account noise is solved by the small parameter method. The equivalence of the noise of the controlled autogenerator and of the amplifier with a modulator is shown.