

# Анализ погрешностей множительного устройства с нормировкой токов и методы их снижения

А.А. Данилов, В.А. Самсонов (1945-1978)

## Статический анализ множительного устройства с нормировкой токов

Двойной балансный смеситель (схема Джонсона, ячейка Гильберта и т.д.) или, по принципу действия, *множительное устройство с нормировкой токов* (МУНТ), известно с середины 1960-х годов [1]. На рисунке 1 показана схема усилительной ячейки, которая является основой МУНТ, с входными токовыми сигналами  $I_x$  и  $I_y$  и выходным сигналом  $I_{\text{ВЫХ}}$ .

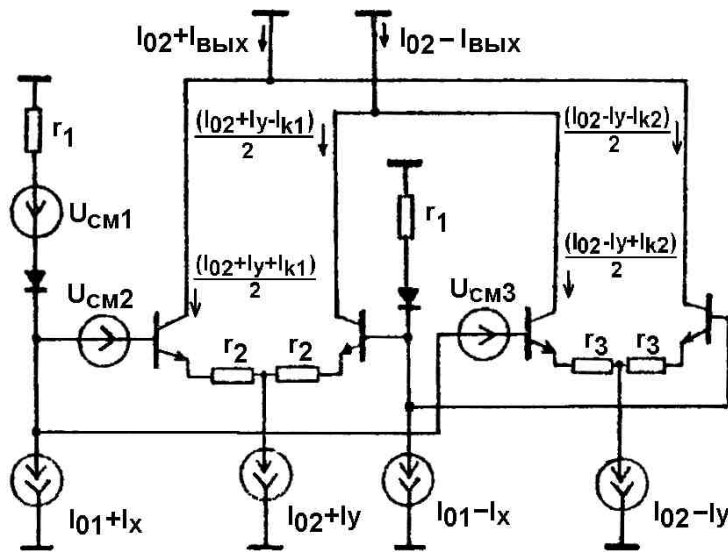


Рис.1. Эквивалентная схема усилительной ячейки МУНТ.

Все показанные на схеме диоды и транзисторы описываются экспоненциальными функциями. Обратные токи коллекторных переходов и токи базы считаем равными нулю. Неидеальность транзисторов учтем введением в схему ЭДС смещения  $U_{\text{см1}}$ ,  $U_{\text{см2}}$ ,  $U_{\text{см3}}$  и эмиттерных резисторов  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ .

Уравнения, описывающие приведенную эквивалентную схему, записываются следующим образом ( $\varphi = kT/q$ ):

$$2r_1 I_x + U_{\text{см1}} + \varphi \ln[(I_{01} + I_x)/(I_{01} - I_x)] = U_{\text{см2}} + r_2 I_{k1} + \varphi \ln[(I_{02} + I_y + I_{k1})/(I_{02} + I_y - I_{k1})], \quad (1)$$

$$2r_1 I_x + U_{\text{см1}} + \varphi \ln[(I_{01} + I_x)/(I_{01} - I_x)] = U_{\text{см3}} + r_3 I_{k2} + \varphi \ln[(I_{02} - I_y + I_{k2})/(I_{02} - I_y - I_{k2})], \quad (2)$$

$$I_{\text{ВЫХ}} = I_{k1} - I_{k2}. \quad (3)$$

Очевидно, что при равенстве нулю эмиттерных резисторов и ЭДС смещения, система уравнения (1)-(3) имеет точное решение

$$I_{\text{ВЫХ}} = 2I_x I_y / I_{01}, \quad (4)$$

причем ток  $I_{01}$  определяет масштабный коэффициент умножения.

Следовательно, эмиттерные сопротивления  $r_1, r_2, r_3$  и ЭДС смещения  $U_{см1}, U_{см2}, U_{см3}$  обуславливают погрешности умножения, которые, при малых величинах сопротивлений и ЭДС, также будут малы.

Для удобства анализа, введем замену переменных:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2r_1/\varphi I_{01} \\ a_2 &= r_2/\varphi I_{02} \\ a_3 &= r_3/\varphi I_{02} \\ b_1 &= U_{см1}/\varphi \\ b_2 &= U_{см2}/\varphi \\ b_3 &= U_{см3}/\varphi \\ x &= I_x/I_{01} \\ y &= I_y/I_{02} \\ z_1 &= I_{к1}/I_{02} \\ z_2 &= I_{к2}/I_{02} \\ z &= I_{вых}/I_{02}. \end{aligned} \quad (5)$$

Теперь преобразуем уравнения (1)-(3) к безразмерному виду

$$b_1 + a_1 x + \ln[(1+x)(1-x)] = b_2 + a_2 z_1 + \ln[(1+y+z_1)/(1+y-z_1)], \quad (6)$$

$$b_1 + a_1 x + \ln[(1+x)(1-x)] = b_3 + a_3 z_2 + \ln[(1+y+z_2)/(1+y-z_2)], \quad (7)$$

$$z = z_1 - z_2. \quad (8)$$

Решим уравнения (6)-(8) приближенно, разлагая в ряд по степеням  $a_1, a_2, a_3$  и  $b_1, b_2, b_3$  и отбрасывая члены, содержащие  $a_1, a_2, a_3$  и  $b_1, b_2, b_3$  в степенях выше первой.

Сначала рассмотрим случай  $a_1, a_2, a_3 = 0$ , т.е. будем учитывать только источники ЭДС смещения. Тогда система уравнений сводится к виду

$$\exp(b_1 - b_2) = (1-x)(1+y+z_1)/(1+x)(1+y-z_1), \quad (9)$$

$$\exp(b_1 - b_3) = (1-x)(1-y+z_2)/(1+x)(1-y-z_2), \quad (10)$$

$$z = z_1 - z_2. \quad (11)$$

После обратной подстановки замен (5), приближенное решение этой системы уравнений с точностью до членов первого порядка малости по  $b_1, b_2, b_3$  будет иметь вид

$$I_{вых} \approx 2I_x I_y / I_{01} + I_{02} / 2\varphi (1 - I_x^2 / I_{01}^2) [(2U_{см1} - U_{см2} - U_{см3}) I_y / I_{02} + (U_{см2} - U_{см3})]. \quad (12)$$

Анализ выражения (12) показывает, что погрешность исчезает не только при нулевых ЭДС смещения, но и при выполнении условия  $U_{см1} = U_{см2} = U_{см3}$ , т.е. полной идентичности трех пар транзисторов. Если же ввести (внешнюю или технологическую) регулировку  $U_{см1}$ , то погрешности обнуляются при полной симметрии всего двух пар транзисторов.

Кроме того, погрешности можно устранить при неравенстве ЭДС смещения  $U_{см1}, U_{см2}, U_{см3}$ , если

1) к выходному току  $I_{вых}$  добавить ток смещения

$$I_{см} = (U_{см3} - U_{см2}) I_{02} / 2\varphi, \quad (13)$$

2) ЭДС смещения  $U_{см1}$  отрегулировать так, чтобы выполнялось условие

$$U_{см1} = (U_{см2} + U_{см3}) / 2, \quad (14)$$

и

3) к входному токовому сигналу  $I_y$  добавить часть тока входного сигнала  $I_x$ , т.е.

$$kI_x = (U_{cm2} + U_{cm3})I_{02}I_x/4\phi I_{01}. \quad (15)$$

Поскольку ЭДС смещения зависят от температуры, то выходной токовый сигнал также будет температурно зависимым, и с помощью выражения (12) можно оценить погрешности, возникающие при изменении температуры.

Проанализируем зависимость выходного тока  $I_{вых}$  от эмиттерных сопротивлений  $r_1, r_2, r_3$ . Для этого в уравнениях (6)-(8) положим  $b_1, b_2, b_3$  равными нулю. Тогда уравнения сведутся к виду

$$\exp(a_1x - a_2z_1) = (1 - x)(1 + y + z_1)/(1 + x)(1 + y - z_1), \quad (16)$$

$$\exp(a_1x - a_3z_2) = (1 - x)(1 - y + z_2)/(1 + x)(1 - y - z_2), \quad (17)$$

$$z = z_1 - z_2. \quad (18)$$

Приближенное решение этой системы уравнений с точностью до членов первого порядка малости по  $a_1, a_2, a_3$ , – после необходимых алгебраических преобразований и обратной подстановки соотношений (5) – будет иметь вид

$$I_{вых} = [1 + r_1I_{01}/\phi - I_{02}(r_2 + r_3)/2\phi] \times 2I_xI_y/I_{01} - [2r_1 - I_{02}(r_2 + r_3)/I_{01}] \times I_x^3I_y/I_{01}^2\phi + \\ + [I_x(1 + I_y^2/I_{02}^2) - I_x^2/I_{01} - (1 - I_y^2/I_{02}^2)I_x^3/I_{01}^2] \times (r_3 - r_2)I_{02}^2/2I_{01}\phi. \quad (19)$$

В этом случае, как и в предыдущем, погрешности могут быть устранены строгой симметрией схемы, т.е. при равенстве токов  $I_{01}$  и  $I_{02}$  и эмиттерных резисторов  $r_1, r_2, r_3$ , либо при полной симметрии двух пар транзисторов ( $r_2 = r_3$ ) и установке правильного соотношения токов  $I_{01}$  и  $I_{02}$ .

Теперь проанализируем влияние коэффициента передачи тока  $\alpha$  транзисторов усилительной ячейки (см. рис.1) на погрешность умножения. Для этого воспользуемся известными формулами Эберса-Молла

$$I_k = \alpha I_3, \quad (20)$$

$$U_3 = \phi \ln I_3/I_{30}, \quad (21)$$

где  $I_k, I_3$  – токи коллектора и эмиттера, соответственно,  $U_3$  – напряжение на эмиттере относительно базы,  $I_{30}$  – обратный ток эмиттерного перехода.

В предположении, что все ЭДС смещения  $U_{cm1}, U_{cm2}, U_{cm3}$  и эмиттерные резисторы  $r_1, r_2, r_3$  равны нулю, а коэффициенты  $\alpha$  всех транзисторов ячейки равны, запишем уравнения усилительной ячейки по аналогии с (1)-(3):

$$[I_{01} + I_x + (1 - \alpha)(I_{02} + (I_{31} + I_{32})/2)]/[I_{01} - I_x + (1 - \alpha)(I_{02} + (I_{31} + I_{32})/2)] = (I_{02} + I_y + I_{31})/(I_{02} + I_y - I_{31}), \quad (22)$$

$$[I_{01} + I_x + (1 - \alpha)(I_{02} + (I_{31} + I_{32})/2)]/[I_{01} - I_x + (1 - \alpha)(I_{02} + (I_{31} + I_{32})/2)] = (I_{02} - I_y + I_{31})/(I_{02} - I_y - I_{31}), \quad (23)$$

$$I_{вых} = \alpha(I_{31} - I_{32}). \quad (24)$$

Приближенное решение этих уравнений с точностью членов первого порядка малости по  $(1 - \alpha)$  приводит к выражению

$$I_{вых} \approx (2I_xI_y/I_{01})\alpha[1 - (1 - \alpha)I_{02}/I_{01}] - \alpha(1 - \alpha)I_x^2I_yI_{02}/I_{01}^3. \quad (25)$$

Поскольку  $\alpha$  зависит от температуры, ток  $I_{\text{вых}}$  является термозависимым. Тогда, продифференцировав (25) по  $T$  и положив  $\alpha \approx 1$ , получим выражение

$$dI_{\text{вых}}/dT = [(1 + I_{02}/I_{01})2I_x I_y / I_{01} + I_x^2 I_y I_{02} / I_{01}^2] d\beta / \beta^2 dT, \quad (26)$$

из которого следует, что самым эффективным методом снижения температурной погрешности выходного тока является повышение коэффициента передачи тока транзисторов ( $\beta$ ).

Для преобразования входных напряжений  $U_x$  и  $U_y$  в пропорциональные токи  $I_x$  и  $I_y$  можно использовать схему, показанную на рисунке 2.

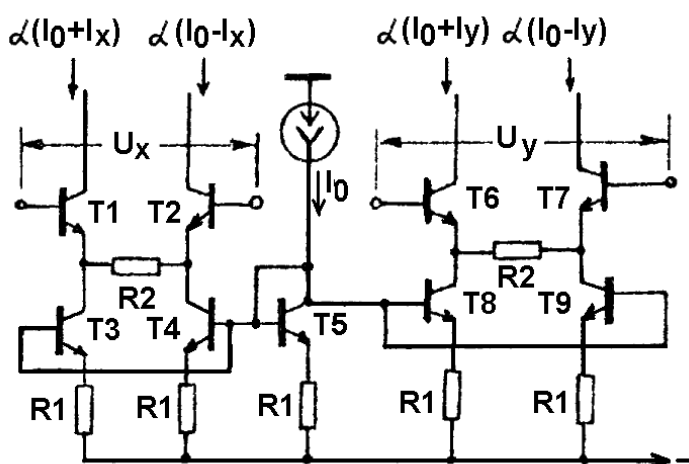


Рис.2. Входной преобразователь напряжения в ток.

Уравнение, связывающее коллекторные токи транзисторов  $T1$  и  $T2$  с входным напряжением  $U_x$ , можно записать следующим образом:

$$U_x = \alpha [(I_x R_2 + \varphi \ln(I_0 + I_x) / (I_0 - I_x))]. \quad (27)$$

Разложив это выражение в ряд по степеням  $I_x$ , получим приближенное решение

$$U_x \approx \alpha I_x R_2 [1 + (1 + I_x^3 / 3I_0^2) 2\varphi / I_0 R_2]. \quad (28)$$

Следует отметить, что разброс ЭДС смещения и дрейф дифференциальных каскадов  $T1$ ,  $T2$  и  $T6$ ,  $T7$  приводится к входам  $X$  и  $Y$  непосредственно, а транзисторов генераторов стабильного тока ( $\Gamma CT$ )  $T3$ ,  $T4$  и  $T8$ ,  $T9$  усиливается в  $R_2/R_1$  раз.

### **Исследование возможностей минимизации статических погрешностей МУНТ**

Анализ полученных выше уравнений (12), (19), (25) и (28) показывает возможности минимизации и компенсации погрешностей МУНТ. Если перейти к напряжениям и учесть источники погрешностей, то выходное напряжение МУНТ, состоящего из входного преобразователя напряжения в ток (см. рис.2) и усилительной ячейки (см. рис.1), нагруженной на идеальный преобразователь тока в напряжение (токовые зеркала + ОУ с  $R_{oc}$ ), можно представить следующим выражением:

$$U_{\text{вых}} \approx M(U_x U_y + g_1 U_x + g_2 U_y + g_3 U_x^2 + g_4 U_y^2 + g_5 U_x^2 U_y + g_6 U_y^2 U_x + g_7 U_x^3 U_y + g_8 U_y^3 U_x), \quad (29)$$

где  $g_1 - g_8 \ll 1$  – коэффициенты, определяющие величину составляющих погрешности,  $M$  – масштабный коэффициент.

Физический смысл коэффициентов  $g_1 - g_8$  заключается в следующем:

$g_1, g_2$  – линейное пролезание, т.е. паразитное (не емкостное) проникание сигнала с другого входа; определяется несимметрией преобразователей напряжения в ток и усилительной ячейки; может быть скомпенсировано практически до уровня шума ведением искусственного смещения либо подстройкой ГСТ;

$g_3, g_4$  – квадратичное пролезание, обусловленное, в основном, несимметрией логарифмирующей ячейки по входу  $X$  (диоды и резисторы  $r_1$  на рис. 1); подстраивается практически до уровня шума перекрестной связью между входами  $X$  и  $Y$ ;

$g_5, g_6$  – квадратичная погрешность, возникающая, в основном, из-за разброса эмиттерных сопротивлений  $r_1-r_3$  (см. рис. 1);

$g_7, g_8$  – кубическая погрешность, обусловленная несимметрией рабочих токов и нелинейностью выходного сопротивления ГСТ.

На рисунке 3 приведена схема МУНТ, в которой реализованы схемотехнические методы повышения линейности и термостабильности, в том числе, стабилизация рабочего тока ГСТ по опорному напряжению  $U_{оп}$  при помощи ООС по току, а также каскодные схемы ГСТ, которые снижают кубическую погрешность в 2-4 раза [2].

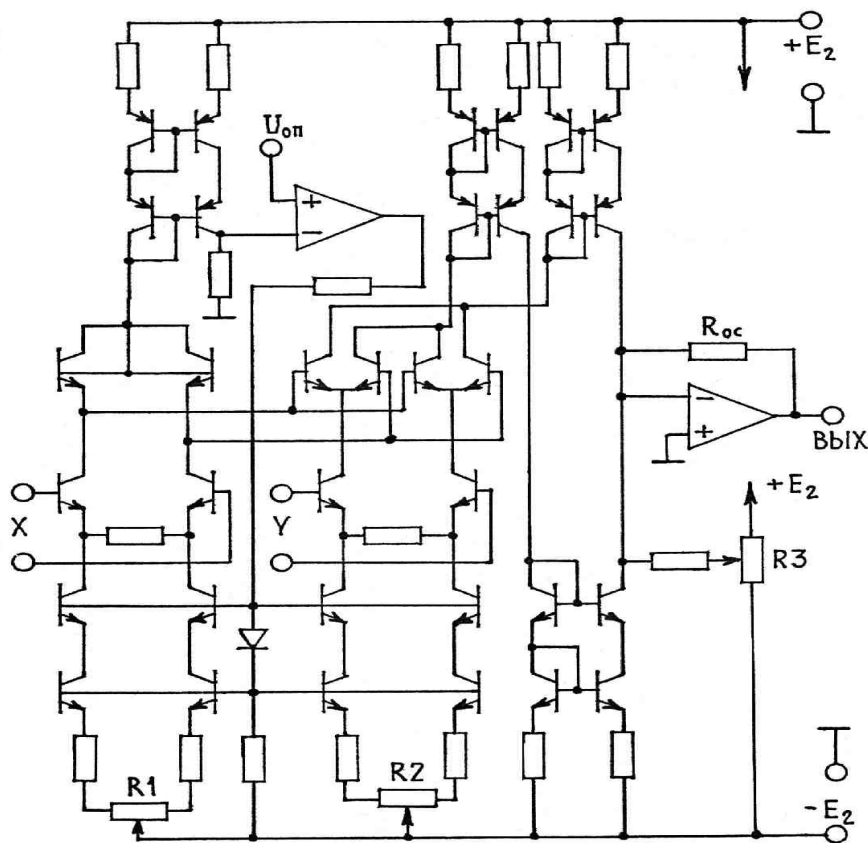


Рис. 3. МУНТ с повышенной линейностью и стабильностью.

Было экспериментально установлено, что наибольшей нелинейностью кубического типа в режиме ГСТ, даже в каскодном включении, обладают эпитаксиально-планарные биполярные транзисторы, а наименьшей нелинейностью – полевые транзисторы с p-n-переходом. Следует также отметить, что при токах ГСТ более 0,2 мА, на частотах 20-100 Гц возникает тепловой фазовый сдвиг, который может увеличить погрешность МУНТ, используемого в составе фазового детектора.

Выход усилительной ячейки нагружен на каскодные токовые зеркала, а преобразование тока в выходное напряжение осуществляет ОУ с  $R_{oc}$ . Линейное пролезание устраняется

регулировкой R1 и R2 (см. рис.3). В результате, статическую нелинейную погрешность умножения удалось снизить до 0,15% даже на тестовых структурах, содержащих по четыре транзистора (вместо требуемых шести).

Следует отметить, что ИС аналогового перемножителя сигналов AD633 до сих пор выпускается компанией ADI и обеспечивает погрешность линейности 0,4...1,0% с учетом лазерной подгонки резисторов на кристалле [3].

Нелинейные составляющие погрешности могут быть полностью скомпенсированы в схеме [4], приведенной на рисунке 4. Здесь входные сигналы  $U_x$  и  $U_y$  обработаны умножителями (точность умножения 5-10%) и сумматорами с весовыми коэффициентами  $a_0$ - $a_7$ , где  $a_0, a_4 \leq 1$ ,  $a_1$ - $a_3, a_5$ - $a_7 \ll 1$ .

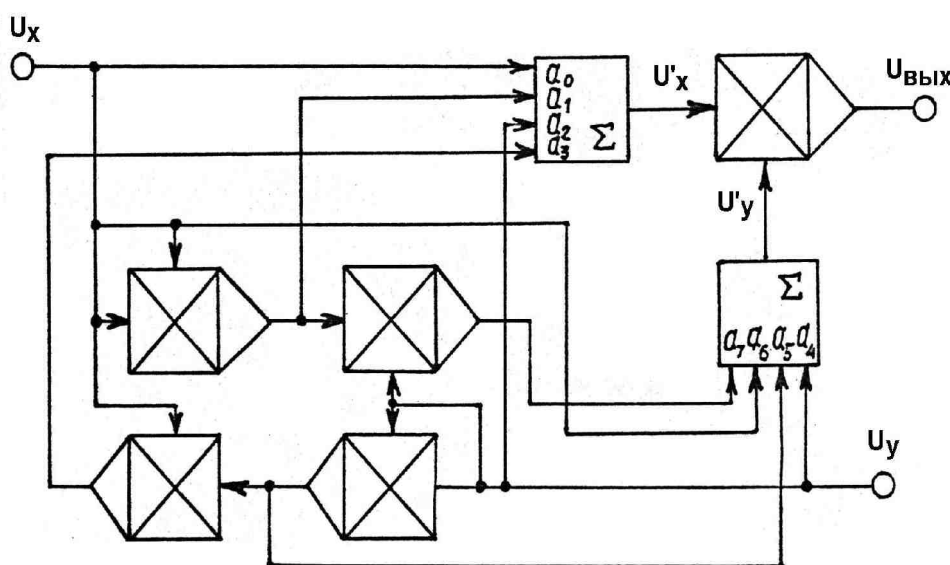


Рис.4. Структурная компенсация нелинейности МУНТ.

Исходя из соединений схемы рис.4, сигналы  $U'_x$  и  $U'_y$ , можно записать в виде

$$\begin{aligned} U'_x &= a_0 U_x + a_1 U_x + a_2 U_y + a_3 U_y^2 U_x, \\ U'_y &= a_4 U_y + a_5 U_y + a_6 U_x + a_7 U_x^2 U_y. \end{aligned} \quad (30)$$

Выполнив умножение, приведя подобные члены и отбросив члены, содержащие коэффициенты четвертого порядка малости, получим выражение

$$U_{\text{вых}} = U'_x U'_y \approx a_0 a_4 U_x U_y + a_1 a_4 U_x^2 U_y + a_2 a_4 U_y^2 U_x + a_3 a_4 U_y^3 U_x + a_0 a_5 U_x^3 U_y + a_0 a_6 U_x^2 U_y + a_0 a_7 U_x^3 U_y. \quad (31)$$

Из сравнения выражений (29) и (31) следует, что при соответствующем выборе весовых коэффициентов  $a_0$  -  $a_7$  (с учетом знака) и отсутствии линейного пролезания ( $g_1, g_2 = 0$ ), выражение (31) приобретает форму точного умножения (с точностью до масштабного коэффициента M).

Следует отметить, в схеме предварительной обработки сигналов  $U_x$  и  $U_y$  (см. рис.4) могут быть использованы не только умножители, но и грубые функциональные преобразователи. Например, вместо умножителей в режиме квадраторов приемлемый результат обеспечивают схемы выделения модуля.

С использованием описанных выше схмотехнических и структурных методов повышения линейности МУНТ были изготовлены устройства со статической погрешностью

перемножения сигналов до 0,02%, включая погрешность линейности менее 0,01%. Одно из таких устройств, реализованное с использованием ИС перемножителей 525ПСЗ (AD534), выпускалось серийно в составе АВМ ЭМУ-200.

## **Литература**

1. В.А. Самсонов. Анализ множительного устройства с нормировкой токов. В сб. Система аналоговых элементов, ИАТ, 1976
2. Данилов А.А., Полонников Д.Е. Методы уменьшения статической погрешности множительных устройств с нормировкой токов. В сб. Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, вып.7, Радио и связь, 1983
3. AD633: Low cost analog multiplier datasheet. Analog Devices, 2013
4. Данилов А.А., Полонников Д.Е., Бабаян Р.Р. Множительное устройство. А.с. 926673 (СССР), БИ №17, 1982